

Задачи для зачетных заданий по электродинамике (5 семестр)

1. Доказать тождество : $[\vec{a}, \vec{b}][\vec{c}, \vec{d}] = (\vec{a}, \vec{c})(\vec{b}, \vec{d}) - (\vec{a}, \vec{d})(\vec{b}, \vec{c})$
2. Пусть A_i - четырёхмерный вектор, доказать, что $\partial A_i / \partial x_k$ - четырёхмерный тензор второго ранга.
3. Показать, что если $S_{\alpha\beta}$ симметричный тензор, а $A_{\alpha\beta}$ - антисимметричный тензор, то $A_{\alpha\beta} S_{\alpha\beta} = 0$.
4. Написать дифференциальные операции градиента, дивергенции и ротора в тензорном виде.
5. Вычислить $grad \frac{\vec{p}\vec{r}}{r^3}$ и $rot \frac{[\vec{p}, \vec{r}]}{r^3}$ (\vec{p} - постоянный вектор).
6. Найти общий вид решения уравнения Лапласа для скалярной функции, зависящей только от r , только от полярного угла θ . (сферические координаты).
7. Найти общий вид решения уравнения Гельмгольца для скалярной функции, зависящей только от r . (сферические координаты).
8. Преобразовать $\int_V rot \vec{A} dV$ в интеграл по поверхности, охватывающей объём V .
9. Преобразовать $\int_V grad \phi dV$ в интеграл по поверхности, охватывающей объём V .
10. Доказать, что $\int_V \vec{r} div \vec{P} dV = \oint_S \vec{r}(\vec{n}, \vec{P}) dS - \int_V \vec{P} dV$, \vec{r} - радиус-вектор, \vec{n} - нормаль к поверхности S .
11. Доказать $\int_V [\vec{r}, rot \vec{M}] dV = \oint_S [\vec{r}, [\vec{n}, \vec{M}]] dS - 2 \int_V \vec{M} dV$ \vec{r} - радиус-вектор, \vec{n} - нормаль к поверхности S .
12. Внутри объёма V вектор \vec{A} удовлетворяет условию $div \vec{A} = 0$, а на границе объёма $A_n = 0$. Доказать, что $\int_V \vec{A} dV = 0$.

13. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события – одно на Земле, другое через 5 минут на Солнце. Найти систему отсчета, в которой эти события происходят одновременно.

14. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 4 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 4 минуты раньше, чем событие на Земле.

15. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 4 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 2 минуты раньше, чем событие на Земле.

16. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 6 минут на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 2 минуты раньше, чем событие на Земле.

17. Доказать формулу

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - v'^2/c^2} \cdot \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \vec{v}' \cdot \vec{V}/c^2},$$

где \vec{v} и \vec{v}' – скорости частицы в системах К и К', \vec{V} – скорость К' относительно К.

18. Доказать формулу

$$v = \frac{\sqrt{(\vec{v}' + \vec{V})^2 - [\vec{v}', \vec{V}]^2/c^2}}{1 + \vec{v}' \cdot \vec{V}/c^2},$$

где \vec{v} и \vec{v}' – скорости частицы в системах К и К', \vec{V} – скорость К' относительно К.

19. Два масштаба, каждый из которых имеет в своей системе покоя длину l_0 , движутся навстречу друг другу с равными скоростями v относительно некоторой системы отсчета. Какова длина каждого из масштабов, измеренная в системе отсчета, связанной с другим масштабом?

20. Два пучка электронов летят навстречу друг другу со скоростями $v=0,9c$ относительно лабораторной системы координат. Какова относительная скорость электронов: 1) с точки зрения наблюдателя в лаборатории; 2) с точки зрения наблюдателя, движущегося вместе с одним из пучков электронов?

Примеры зачетных заданий

Вариант 5

1. Преобразовать $\int_V \text{rot} \vec{A} dV$ в интеграл по поверхности, охватывающей объём V .

2. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 4 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 2 минуты раньше, чем событие на Земле.

3. Доказать формулу

$$v = \frac{\sqrt{(\vec{v}' + \vec{V})^2 - [\vec{v}', \vec{V}]^2 / c^2}}{1 + \vec{v}' \cdot \vec{V} / c^2},$$

где \vec{v} и \vec{v}' – скорости частицы в системах K и K' , \vec{V} – скорость K' относительно K .

4. Доказать, что законом сохранения энергии-импульса запрещена аннигиляция пары электрон - позитрон, сопровождаемая испусканием одного γ -кванта, но нет запрета на реакцию с испусканием двух фотонов.

Вариант 6

1. Во всех инерциальных системах отсчета задана совокупность четырех величин A_i ($i=1,2,3,4$) и известно, что $A_i B_i = \text{inv}$. Доказать, что если B_i – 4-вектор, то A_i – тоже 4-вектор.

2. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 4 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 3 минуты раньше, чем событие на Земле.

3. Доказать

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\sqrt{1 - v'^2/c^2} \cdot \sqrt{1 - V^2/c^2}}{1 + \vec{v}' \cdot \vec{V} / c^2},$$

где \vec{v} и \vec{v}' – скорости частицы в системах K и K' , \vec{V} – скорость K' относительно K .

4. Выразить импульс релятивистской частицы через её кинематическую энергию T .

Вариант 7

1. Доказать, что символ Кронекера – истинный тензор второго ранга.

2. Преобразовать $\int_V \text{grad} \phi dV$ в интеграл по поверхности, охватывающей объём V .

3. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 6 минут на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 3 минуты раньше, чем событие на Земле.

4. Частица с массой m налетает на покоящуюся частицу с массой m_1 . Происходит реакция, в которой рождается ряд частиц с общей массой M . Найти минимальное значение кинетической энергии частицы (энергетический порог реакции T_0), начиная с которого реакция становится энергетически возможной.

Вариант 8

1. Пусть A_α трехмерный вектор. Доказать, что $\partial A_\alpha / \partial x_\beta$ - тензор второго ранга.
2. Найти общий вид решения уравнения Лапласа для скалярной функции, зависящей только от r , только от θ . (сферические координаты).
3. Два масштаба, каждый из которых имеет в своей системе покоя длину l_0 , движутся навстречу друг другу с равными скоростями v относительно некоторой системы отсчета. Какова длина каждого из масштабов, измеренная в системе отсчета, связанной с другим масштабом.
4. Выразить ускорение частицы через ее скорость и напряженности электрического и магнитного полей.

Вариант 11

1. Преобразовать $\int_V \text{rot} \vec{A} dV$ в интеграл по поверхности, охватывающей объём V .
2. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 4 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 4 минуты раньше, чем событие на Земле.
3. Два электрона летят навстречу друг другу с скоростями 0,9 c и 0,8 c . Чему равняется их относительная скорость: 1. в лабораторной системе отсчета; 2. в системе отсчета, связанной с одним из электронов?
4. Неподвижная частица массы M распалась на две частицы с массами m_1 и m_2 . Найти их энергии.

Вариант 14

1. Доказать, что $e_{\alpha\beta\gamma} e_{\lambda\mu\nu} = \delta_{\alpha\lambda} \delta_{\beta\mu} - \delta_{\alpha\mu} \delta_{\beta\lambda}$.
2. Выразить импульс релятивистской частицы через ее кинематическую энергию.
3. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 4 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 2 минуты раньше, чем событие на Земле.
4. Найти энергию частицы, которая образовалась в результате неупругого столкновения двух одинаковых частиц массы m и импульсами $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2 = \vec{p}_0$, которые летели навстречу друг другу.

Вариант 15

1. Доказать, что символ Леви-Чивита псевдотензор третьего ранга
2. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 6 минут на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 2 минуты раньше, чем событие на Земле.
3. Два электрона летят навстречу друг другу со скоростями 0,6 c и 0,8 c . Чему равняется их относительная скорость: 1. в лабораторной системе отсчета; 2. в системе отсчета, связанной с одним из электронов?
4. Неподвижная частица с энергией ε_0 распалась на две одинаковых частицы массы m . Найти их скорости.

Вариант 16

1. Чему равен тензор $A_{\alpha\beta\gamma}$ симметричный по первым двум индексам и антисимметричен по последним двум?
2. В инерциальной системе отсчета «Неподвижные звезды» происходят два события - одно на Земле, другое через 3 минуты на Солнце. Найти систему отсчета, в которой событие на Солнце происходит на 3 минуты раньше, чем событие на Земле.
3. Два масштаба, каждый имеет длину покоя l_0 , равномерно движутся навстречу друг другу параллельно общей оси x . Наблюдатель, связанный с одним из них, заметил, что между совпадением левых и правых масштабов прошло время Δt . Какова относительная скорость масштабов?
4. Доказать, что невозможна аннигиляция пары электрон-позитрон, сопровождаемая испусканием одного фотона, но нет запрета на реакцию с испусканием двух фотонов.